Royaume du Maroc
Ministère de l'Éducation Nationale
AREF Marrakech-Safi • DP : Marrakech
Lycée Qualifiant Toubkal

SAKINE.PRO

DEVOIR MAISON

Notions de Logique • Généralités sur les Fonctions

Année Scolaire : 2026/2027
Niveau : **1ère Année Bac - Sciences**
Matière : Mathématiques
Enseignant : **Pr. SAKINE BADR**

Nom et prénom : ..... **Classe :** .....

Consignes : le devoir comporte deux parties indépendantes (Logique, puis Fonctions). Toutes les réponses doivent être **justifiées**. La clarté de la rédaction est prise en compte.

PARTIE A • NOTIONS DE LOGIQUE

Exercice 1 : Quantificateurs et négation

Logique

Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est **vraie ou fausse** (en justifiant), puis écrire sa **négation**.

1. P_1 : « $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \geq 0$ »
2. P_2 : « $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 = -1$ »
3. P_3 : « $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \geq x$ »
4. P_4 : « $\forall n \in \mathbb{N},\ \exists m \in \mathbb{N},\ m > n$ »

Exercice 2 : Table de vérité et implication

Logique

Soient P et Q deux propositions.

1. Recopier et compléter la table de vérité suivante. Que remarque-t-on pour les deux dernières colonnes ?

P	Q	$\overline{P}$	$\overline{P}$ ou Q	$P \Longrightarrow Q$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

2. En utilisant une loi de De Morgan, montrer que la négation de « $P \Longrightarrow Q$ » est « P et $\overline{Q}$ ».
3. **Application.** Soit x un réel. On considère l'implication : « $x > 2 \Longrightarrow x^2 > 4$ ». Écrire sa **contraposée**, puis sa **négation**.

Exercice 3 : Quatre raisonnements

Logique

1. **Contre-exemple.** Montrer que la proposition « $\forall x \in \mathbb{R},\ x < 2 \Longrightarrow x^2 < 4$ » est fausse.
2. **Contraposition.** Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que : si n^2 est impair, alors n est impair.
3. **Disjonction des cas.** Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'entier $n^2 + n$ est pair *(distinguer n pair et n impair)*.
4. **Récurrence.** Montrer que pour tout entier $n \geq 1$: $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

PARTIE B • GÉNÉRALITÉS SUR LES FONCTIONS

Exercice 4 : Ensemble de définition

Fonctions

Déterminer l'ensemble de définition D_f de chacune des fonctions suivantes.

1. $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-9}$
2. $f(x) = \sqrt{4-2x}$
3. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$
4. $f(x) = \dfrac{x+3}{\sqrt{x-1}}$

Exercice 5 : Parité

Fonctions

Étudier la parité de chacune des fonctions suivantes.

1. $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$
2. $g(x) = x^3 - \dfrac{2}{x}$
3. $h(x) = x^2 + x$
4. $k(x) = \sqrt{x-1}$

Exercice 6 : Étude d'un trinôme

Fonctions

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

1. Vérifier que pour tout réel x : $f(x) = (x-2)^2 - 1$.
2. En déduire que f admet un minimum sur $\mathbb{R}$ et préciser en quel point il est atteint.
3. Soient x_1 et x_2 deux réels distincts. Montrer que le taux d'accroissement de f est $T(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 4$.
4. En déduire les variations de f sur $]-\infty, 2]$ et sur $[2, +\infty[$, puis dresser son tableau de variations.
5. Déterminer les points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ avec les deux axes du repère.

Exercice 7 : Fonction homographique et encadrement

Fonctions

Soit g la fonction définie par $g(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

1. Déterminer D_g.
2. Vérifier que pour tout $x \in D_g$: $g(x) = 2 - \dfrac{1}{x+1}$.
3. Donner les variations de g, les équations des deux asymptotes de sa courbe et son centre de symétrie.
4. Montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$: $1 \leq g(x) < 2$.
5. Le réel 1 est-il un minimum de g sur $[0, +\infty[$? Le réel 2 est-il un maximum ? Justifier.

Exercice 8 : Composée et périodicité

Fonctions

1. On pose $u(x) = 2x - 6$ et $v(x) = \sqrt{x}$.
   a. Déterminer l'ensemble de définition de $v \circ u$ et l'expression de $(v \circ u)(x)$.
   b. Donner le sens de variation de $v \circ u$ sur $[3, +\infty[$.
2. Soit $h(x) = \cos(4x)$. Donner la période T de h et vérifier que $h(x + T) = h(x)$ pour tout réel x.

Bon courage ! • Lycée Qualifiant Toubkal • Année Scolaire 2026/2027 • **Pr. SAKINE BADR**